

乘法話語教學實踐之解題表現研究

陳嘉皇

國立臺中教育大學數學教育學系

梁淑坤*

國立中山大學教育研究所

本研究設計數學乘法任務，將乘法相關數學語言融入課室話語實踐的行動，探討學生對乘法任務的解題表現。研究者首先分析和整理現行教科書乘法單元內容的異同，設計結合生活情境的乘法文字題，採用話語實踐方式教學，蒐集學生資料，包含現場教學的錄影、學生記錄的學習單、教師的教學省思等文件，了解學生在乘法任務解題的表現。研究發現和結論為：（1）教科書內容涵蓋乘法相關類型任務與數學語言，提供學生乘法概念的思維並發展解題策略；（2）學生在乘法任務「先乘再加減」的解題表現多元但列式易錯誤，透過話語實踐能辨識任務特徵；而「先加減再乘」教學後的解題表現流暢且正確率高，能充分理解題意並以完整句子描述想法；（3）透過 OGAP 乘法級數「先乘再加減」的任務結合話語實踐可協助學生了解「倍」、「剩下」、「不足」、「超過」、「幾倍多多少」或「幾倍少多少」的數學語言和詞彙；而「先加減再乘」的任務可強化學生解題策略的應用和運算能力的流暢度。

關鍵詞：乘法；數學話語；解題

緒論

教育部（2018）於《十二年國民基本教育課程綱要》的基本理念中提到：數學是一種語言，宜由自然語言的題材導入學習，連結文字與符號，以精簡的公式或理論來理解人類生活的世界；數學教學應盡可能保持學習自然語言的方式，透過實際的操作和解說，逐步進入抽象理論的學習。數學語言是數學概念呈現的一種方式，課程綱要要求小學生具備日常語言和數字、算術符號之間的轉換能力，並能以符號表示公式；且具備從證據討論事情，以及與他人有條理溝通的態度。這些強調的數學素養重點和

* 通訊作者：梁淑坤（Law@mail.nsysu.edu.tw）

Moschkovich (2015) 提出的數學學術素養框架認知和話語 (discourse) 的三個部分有相似之處，即：(1) 增進數學熟練的程度；(2) 數學的實踐；(3) 數學語言的理解任務。數學熟練的程度取決於關鍵技能如概念、程序、算法、計算、任務解決，透過數學語言和概念的不斷增長和融合而達成目標 (Riccomini et al., 2008)。Moschkovich 強調學生數學話語實踐 (discourse practice) 的重要性，主張數學能力必須包括通過書面和口頭進行話語交流和推理的實踐。審視國小現場教學實務，常見教師採用講述方式直接把重要的數學概念和詞彙宣告給學生，要求學生記憶背誦，卻不知學生理解與否；在提供任務給學生解題時，甚多學生面對文字題均無法理解題意和變項中的關係，將題中的數字用四則運算符號胡亂拼湊求答，造成解題失敗。數學話語的實踐是因應學生學習的困境而生 (Moschkovich, 2015; Prediger et al., 2019)，期盼透過課室中師生的對話與溝通，掌握學生對數學任務的思維，引導產出適當的解題策略，提升學生的學習動機和對數學的感覺。另外，教師若能在數學任務中將教導的數學概念和關係透過話語實踐引導討論和辯論，將能發揮其數學教學的專業知能，協助學生理解重要的數學概念和知識。鑑此，本研究以協助學生發展乘法概念為動機，期望透過數學話語任務的實踐，探討在課室情境中學生對乘法活動解題的表現。

話語實踐可用來指涉諸如語言的對話行為，或指人類溝通時呈現的現象；數學語言則是指在數學任務中呈現特定性質的專業語言，不僅指具有精確數學意義的詞彙或技術單詞，還指參與數學任務時所需的專業術語（使用語言和其他符號系統的方式）。使用詞彙解釋、證明和進行數學溝通的能力對整體數學能力的發展至關重要（陳嘉皇，2021；Seethaler et al., 2011），學生對數學詞彙的常識可預測數學的表現（van der Walt, 2009），因此，有效的數學語言學習可透過話語實踐歷程中的溝通交流達成。然而，如何在課程實施數學話語實踐，激發學生數學概念的發展，這對教師的教學是一項值得探究的議題（Herbel-Eisenmann et al., 2012; Ingram et al., 2019; Prediger et al., 2019）。

數與量主要概念的形成和演算能力的培養均奠基於小學階段，在課程中有舉足輕重的地位；乘法概念和能力是日後學習除法、分數、因數等概念的基礎，甚至如時間、速率、體積等單位換算或化聚都需依賴它來計算。利用乘法解題是個複雜的心智運作過程，造成學生解題不成功的原因常常是不了解或誤會任務語意 (Ebby, 2005)，例如「找回 3 元」，有的學生認為是要尋找 3 元回來。因此，數學話語的實踐若能與學生解題的任務結合，將可協助學生理解並獲取重要的數學概念。有關學生乘法概念發展的研究，目前大多著重在乘法運算與乘法任務的解題類型或學習困難的探索，對於乘法語言的理解和解題表現之間的關聯着墨不多 (Ebby, 2005)。本研究嘗試將設計的乘法問題融入數學話語實踐的任務，探討學生對乘法的解題表現，具體研究的問題如下：

1. 數學教科書中有關乘法任務的類型與數學話語實踐任務的內容為何？
2. 學生透過課室話語實踐後，其乘法解題表現為何？
3. 要提供教學實務應用，該如何建立話語實踐與乘法概念之間的連結？

文獻探討

數學語言與話語實踐的意涵

數學話語實踐在於透過課室師生的溝通與交流，協助理解數學的相關語言。數學語言是指數學領域所共有的抽象語言材料和規則，是簡化的自然語言。要習得這些數學語言，Gee（1996）認為可以利用說話、演戲、互動、思考、信仰、閱讀和寫作數學等數學話語實踐的方式呈現出數學價值、信念和情境中所指數學物件的意義。因此，數學話語實踐不僅呈現精確數學意義的詞彙或技術單詞，且指參與數學任務所需的話語練習（使用語言和其他符號系統的方式）。數學語言的分析（O'Halloran, 2005）與話語實踐的內容（Moschkovich, 2015）泛指在做數學或溝通時，針對該數學內容會使用的語言（包含數學詞彙、語句、符號、組織方式和結構）進行探索和分析。歸納上述學者的定義，本研究指涉的數學話語實踐是指利用國小二年級教科書中出現的數學術語、詞彙、符號和數學概念，包含：幾有幾個、倍、至少、夠、不夠……等內容，進行互動溝通所呈現的言談、動作、姿勢等行為，透過這些行動進行數學的交流，促進數學概念的學習。

數學話語實踐在課室中有何功能呢？數學教育較少針對話語實踐和數學概念的教導與學習之間關係的研究（Herbel-Eisenmann et al., 2012; Ingram et al., 2019; Prediger et al., 2019），但可以肯定的是，話語實踐具有幫助學生學習數學概念並提升教師教學專業的功能。National Council of Teachers of Mathematics（2000）指出，學生先使用日常熟悉的語言，提供建立與形成數學語言的連接基礎，再通過自己的語言進行交流來理解數學的精確定義，並使用常規數學術語滿足溝通的需求。數學語言既是數學思維的載體，亦是數學思維的具體體現，隨着課室數學話語實踐，學生學會與同儕交流和共享通用的數學概念和操作。數學課室是在師生互動的話語實踐中展開，學生以語言為媒介，借助書面或口語的方式描述學習概念、公式、原理和方法，了解並掌握數學中獨有的語言（包含數學詞彙、數學符號、語句等）特點，通過數學話語實踐提供在引入新數學概念時思考、討論和吸收的技能。

數學話語實踐的功能與教學的應用

教室裏的活動常被概念化為「一種培養數學實踐的過程，包括話語實踐，例如

解釋、證明或界定數學概念的方式」(Barwell, 2020)。學習話語實踐與參與課堂互動緊密相關，課堂互動主要基於口頭交流。有意義的數學學習以概念理解和解題為重點，反對將數學簡化為計算和操縱符號(Moschkovich, 2015)。Prediger et al. (2019) 確定數學課堂中話語實踐使用的四種交互編織行動：

1. 解釋概念和操作的含義 (explaining the meaning of concepts and operations) ；
2. 爭辯宣稱的有效性 (arguing about the validity of a claim) ；
3. 採用一般口語方式來描述模式 (describing patterns in a general way) ；
4. 按步驟報告 (reporting on procedure) 。

話語實踐是在情境化的學習任務中進行互動式共構和對話分析，是種為解決不同溝通任務的交流模式，能夠將不同的話語實踐與知識構建的步驟聯繫起來，其中話語實踐中的「解釋」指對學習的物件或步驟的說明，可以發展和鞏固知識並專注於交流新見解；而有效的「爭辯」是指對不同主張提出自己的見解，可以解決對立論點的交流任務；「描述」指向其他學生傳達和提供對物件或圖案可能的感知說明；「報告」用於回顧地闡明動作和過程，目的是討論如何解決一項任務。為學生提供參與這些話語實踐的機會至關重要，許多研究已把它用於全班討論或以教師主導的小組工作，希望能鼓勵所有學生參加並提供幫助(Erath et al., 2018)。愈來愈多研究着重於學生參與高質量的數學教學，特別是具有支持、發展的話語實踐任務，以便所有學生都可以通過參加涉及使用語言的任務來學習數學。學生對課堂語言的熟悉程度、教師對通過語言進行數學教學的準備和教師對語言學習的準備，都影響學生在課堂上學習數學的機會，例如解釋和爭辯可以產生積極影響學生的數學學習，可增強數學學習語言的教學發展和研究(Herbel-Eisenmann et al., 2012; Ingram et al., 2019)。鑑此，研究者用 Prediger et al. (2019) 的話語實踐行動來表徵透過乘法語言設計的問題(參與其中的詞彙和句法手段)，激發和利用資源(教科書、設計的問題、話語實踐練習)，令師生參與豐富的話語實踐，發展對數學乘法概念的理解。

學生的乘法認知思維

本研究目的在於協助教師設計乘法任務融入話語實踐，提供學生解題機會，因此教師在課室中不僅需要進行話語實踐，還要了解學生乘法概念的進展與相關的數學語言。乘法是數學學習的重要主題，理解它是個複雜的過程，因此乘法思維的發展需要很長時間(Ebby, 2005)，其學習軌跡通常描述為：(1) 直接計數；(2) 有節奏或跳躍計數；(3) 加法思維；(4) 乘法思維(Thompson & Saldanha, 2003)。美國的持續評估計畫(Ongoing Assessment Project [OGAP], 2017) 以數學教育的研究為基礎，探討學生如何學習有關的特定數學概念。根據 OGAP (2017) 的長期研究，發現

學生在乘法概念由計數至乘法思維的發展常出現轉換的困難，部分原因在於教師提供的學習任務常以片斷的方式呈現某些能力的運算練習，無法協助學生建構連貫和統整的乘法思維。另外，由於學生的個別差異，學習軌道不同，更增加教師在教學引導上的困難。最後是數學語言的重要性，根據課程綱要能力指標的說明，教師應該在學生學習乘法的過程中協助他們逐步發展「倍」的概念，以作統整乘法應用情境的語言。OGAP 乘法級數是關於學生如何學習乘法推理概念，幫助教師選擇或設計任務，理解學生思維，作出教學決策並向學生提供可行的反饋。關於 OGAP 的乘法級數見圖一。

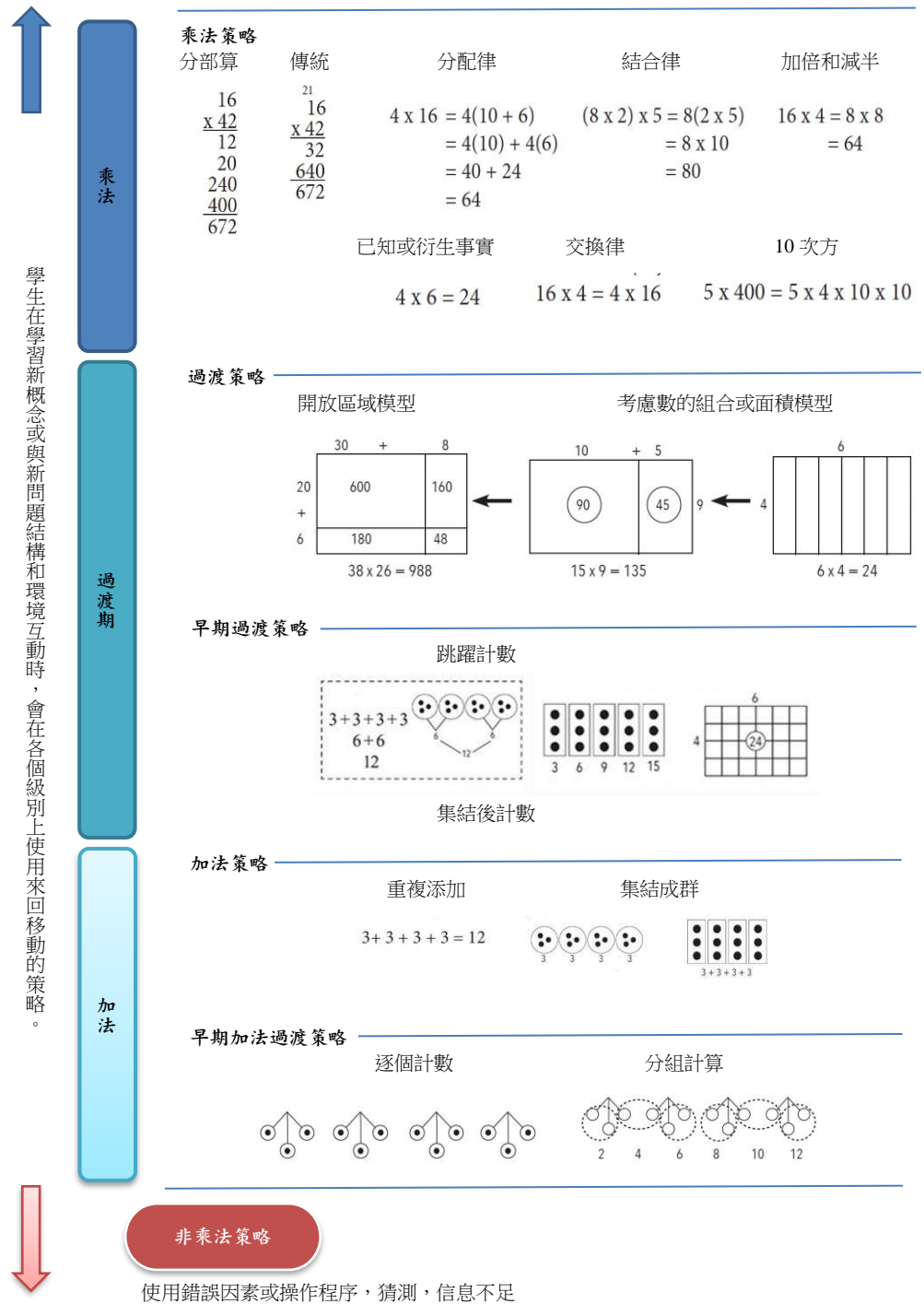
OGAP 乘法級數的移動是非線性的，是一條複雜的途徑，當介紹新概念、相同概念的不同任務結構、複雜的數字或將乘法推理知識應用於其他數學主題時，解決方案會以對定義的理解為主，在乘法、過渡、加法和非乘法之間來回移動，但會朝向更複雜和聰慧的級數發展，例如運用分配律和結合律的策略解題。透過 OGAP 乘法級數研究學生對乘法任務的解題表現，可協助了解任務如何設計，亦可通過多種話語實踐的方式指導任務進行。有關乘法級數及其範例見圖一。

研究顯示不應過早向學生教授算法 (Ebby, 2005)，在二至四年級時應發展整數乘法和除法的概念，基礎上透過話語實踐加深對乘法概念中相關語言的理解。「乘法」是國小二年級學生第一次接觸的數學概念，如果學生依賴記憶而未對基礎的數學語言有深入了解，未來會難以使用和理解正形的算則。理解和程序的流暢度兩者應以有意義的話語實踐方式建立，因此教師必須透過有系統的話語實踐教學，令學生學習有價值的數學知識。

研究方法與步驟

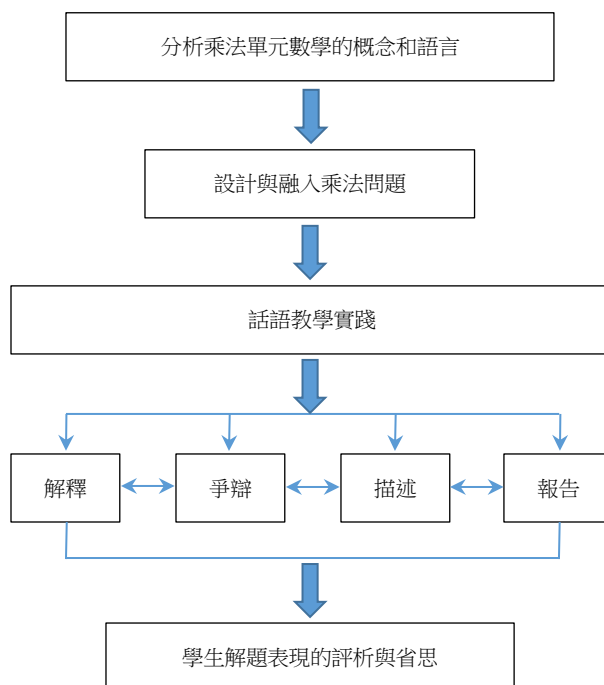
為達成研究目的，作者擬定數學話語實踐的流程（見圖二）。根據課程綱要能力指標的說明，教師應該在學生學習乘法的過程中協助他們逐步發展「倍」的概念，統整乘法應用情境的語言，了解乘法的意義與應用。作者因此藉由分析現有教科書有關乘法單元的數學語言和術語，將乘法概念教學的重點予以提取並分類，以作設計乘法任務的基礎；其次，以學生 OGAP 乘法級數的思維和解題策略設計乘法任務；再者，配合 Prediger et al. (2019) 主張的「解釋」、「爭辯」、「描述」和「報告」四項話語的實踐，進行教師話語實踐的訓練，採用課室討論的方式進行教學，蒐集學生資料，包含現場教學錄影、學生記錄的學習單、教師的教學省思等文件，以了解學生乘法解題的表現。學習單包含「先乘再加減」、「先加減再乘」兩個情境任務；將課室錄影內容轉換成文字，分析師生在乘法解題任務中相關的話語實踐，與學生乘法解題的策略，最後歸納出數學話語與學生乘法表現的關聯，以作日後乘法教學的參考。

圖一：OGAP 乘法級數



資料來源：本圖為作者整理繪製。

圖二：乘法話語實踐的流程



研究對象

以台中市某國小二年級一班的學生 26 人為樣本進行課室的教學。該校重視學生多元學習，家長背景多為工、商的中產階級，參與解題任務的學生有半數於課後參加安親班活動，平常上課學習會依據單元特性有不同的模式，包括實際操作教具、小組合作學習和講述式教學等；學生課堂發表踴躍且參與度高，大部分對數學具有信心和興趣。教學者對數學的教育理念不只求答案正確，還要求能說明理由，鼓勵學生藉由合作學習的方式提升數學解題能力。

教材分析

研究者將教科書內容有關乘法的術語彙整，並歸納其話語的重點（見表一），再根據這些學生的學習和在乘法概念相關術語需理解及轉化的用詞，研擬設計教學任務。

表一：教科書有關乘法運算任務與數學語言分析彙整

內容	甲版本	乙版本	丙版本	
先乘再加	添加型	3 盒又 2 個 3 箱又 5 瓶 原有 5 元，每天存 4 元， 存 4 天 原有 6 枝筷子，再放進 8 雙筷子 原有 17 元，再給他 9 個 5 元硬幣	4 盒又 1 顆 買了 10 個後，剩下 20 元（求原有 多少錢）	3 盒又 6 個 7 盒又 3 顆 4 盒又 3 枝
	併加型		買了 2 個 A 和 1 個 B 買了 3 枝 A 和 1 本 B	
	比較型	A 是 B 的 4 倍又多 2 公分 （求 A）	A 比 B 的 7 倍多 2 歲（求 A）	A 是 B 的 4 倍多 2 顆（求 A）
先乘再減	拿走型	付 4 個 10 元硬幣，找回 2 元（求賣幾元） 買 6 包，吃掉 11 顆，剩下 幾顆？	做 42 個壽司，全家有 4 人，每人吃 9 個，還剩下幾個？ 每 8 人排成一排，剛好可以排成 9 排，走了 5 個人，剩下幾個人？ 買了 5 盒，吃掉 5 個，剩下幾個？ 買了 3 張，付 50 元，可以找回多少 元？	有 3 盒，賣掉 19 枝，剩下多少枝？ 買了 4 盒，送出 28 個，剩下多少個？ 買了 4 包，分給妹妹 15 顆，還剩下 幾顆？ 付 9 個 10 元硬幣，找回 8 元
	比較型	A 比 B 的 2 倍少 3 顆 （求 A）	A 的 7 倍比 B 長 4 公分（求 B）	A 的年齡是 B 的 9 倍少 3 歲（求 A）
	先加後乘	A 買 a 枝，B 買 b 枝，共 要付幾元？ A 串了 a 條，B 串了 b 條， 共用掉幾顆珠子？ 一組有 A 枝紅筆和 B 枝藍 筆，買了 7 組共有幾枝筆？ 每隊有 A 個男生和 B 個女 生，C 隊共有幾個人？ 一組有 a 罐 A 和 b 罐 B， 買了 c 組，共有多少罐？	A 買 a 枝，B 買 b 枝，共要付幾元？ 1 袋 A 顆紅球和 B 顆黃球，C 袋共 有幾顆球？ 每隊有 A 個男生和 B 個女生，C 隊 共有幾個人？ 藍色有 A 枝，黃色有 B 枝，6 包共 有幾枝？	A 有 a 串，B 有 b 串，兩人共有幾 朵花？ A 買 a 盒，B 買 b 盒，兩人共幾個 鳳梨酥？ 每隊有 A 個男生和 B 個女生，8 隊 共有幾個人？ 1 袋 A 顆紅球和 B 顆黃球，5 袋共 有幾顆球？ A 買 a 包，B 買 b 包，一共要付多 少元？
先減後乘	A 買 a 個，B 買 b 個，A 要比 B 多付幾元？ A 買了 a 盒，送給 B b 盒， A 還有幾顆？ A 有 a 包，送給 B b 包，A 還剩下幾張？	A 買 a 盒，B 買 b 盒，A 比 B 多買 幾個蛋糕？ 原價 A 元，特價 B 元，買 3 瓶，省 幾元？ A 買 a 盒，B 買 b 盒，A 比 B 多買 幾個？ 每隊 A 個男生和 B 個女生，有 5 隊，男生比女生共多了幾個人？ A 每天存 a 元，B 每天存 b 元，7 天後相差幾元？	特價期間每瓶便宜 A 元，買了 B 瓶，共要付多少元？ A 買 a 張，B 買 b 張，A 比 B 要多 付多少元？ A 買 a 張，B 買 b 張，B 比 A 要多 付多少元？ A 買 a 張，B 買 b 張，兩人付的錢 相差多少元？ 買了 A 包，用掉 B 包，還剩多少包？ 每隊 A 個男生和 B 個女生，有 5 隊，女生比男生多幾個人？ 特價期間賣 A 元，買了 B 個，比原 價便宜多少元？	

乘法解題任務設計

乘法任務設計配合 OGAP 乘法級數的思維，從學生的生活經驗着手，引發學生的思考，從學生的回答中釐清乘法的概念，任務內容示例見表二。

表二：乘法任務的學習目標和內容

學習目標	情境																												
理解題意，並能利用二步驟合理的算式呈現解題的思維	<p>任務 1</p> <p>◆ 周末小丸子一家 6 口要去樂園玩耍，過程中遇到了一些任務，請你想想會怎麼做？</p> <p>(1) 一盒泡芙有 8 個，每人至少吃 5 個，媽媽可以怎麼買？</p> <p>(2) 如果每人要吃 7 個，買 5 盒夠嗎？</p> <p>(3) 一顆泡芙賣 6 元，媽媽如果帶 200 元，足夠買 4 盒泡芙嗎？</p> <p>(4) 如果媽媽帶 300 元，可以買幾盒？你是怎麼想的？</p>																												
理解題意，並能利用二步驟合理的算式呈現解題的思維	<p>任務 2</p> <p>◆ 某遊樂園的餐廳價目表如下：</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>主餐</th> <th>香雞堡</th> <th>豬排堡</th> <th>雞腿堡</th> <th>薯條</th> <th>雞塊</th> <th>雞米花</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>價格(元)</td> <td>40</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>25</td> </tr> <tr> <th>飲料</th> <th>可樂</th> <th>雪碧</th> <th>紅茶</th> <th>綠茶</th> <th>玉米濃湯</th> <th>冰淇淋</th> </tr> <tr> <td>價格(元)</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>15</td> <td>15</td> <td>30</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table> <p>(1) 小丸子和爺爺分別帶了 70 元和 65 元，如果想買 5 份雞塊，他們兩個合起來的錢夠買嗎？為甚麼？</p> <p>(2) 姐姐錢包裏有 12 個 10 元硬幣，他想買 2 個香雞堡和 3 杯紅茶錢夠嗎？為甚麼？</p> <p>(3) 小丸子買 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊，需要多少個 50 元硬幣才夠買？</p> <p>(4) 爸爸只有 100 元，如果他要買豬排堡可以怎麼買？</p>	主餐	香雞堡	豬排堡	雞腿堡	薯條	雞塊	雞米花	價格(元)	40	40	50	20	30	25	飲料	可樂	雪碧	紅茶	綠茶	玉米濃湯	冰淇淋	價格(元)	20	20	15	15	30	10
主餐	香雞堡	豬排堡	雞腿堡	薯條	雞塊	雞米花																							
價格(元)	40	40	50	20	30	25																							
飲料	可樂	雪碧	紅茶	綠茶	玉米濃湯	冰淇淋																							
價格(元)	20	20	15	15	30	10																							
理解題意，並能利用二步驟合理的算式呈現解題的思維	<p>任務 3</p> <p>◆ 母親節快到了，小丸子和姐姐想買康乃馨送給媽媽，1 束康乃馨賣 30 元。</p> <p>(1) 如果小丸子每天存 3 元，姐姐每天存 5 元，一星期之後，他們的錢足夠買康乃馨嗎？為甚麼？</p> <p>(2) 母親節期間花店推出促銷任務，每束便宜 5 元，小丸子和姐姐合起來的錢足夠買 2 束康乃馨嗎？為甚麼？</p> <p>(3) 爸爸買了 5 束康乃馨，姐姐買了 3 束康乃馨，爸爸比姐姐多花多少錢？</p> <p>(4) 小玉買了 6 束康乃馨，小丸子買了 2 束康乃馨，兩個人總共花多少錢？</p>																												

根據 OGAP 乘法級數的思維進展，研究者設計的任務旨在令學生面對這些任務時，會利用先前所學的計數、跳數、加法與乘法策略解題，例如表二任務 1 中第 (1) 題，學生可以畫圈一一計數，亦可 8 個當成一單位依序 8、16、24……的方式計數，或是運用乘法策略計算；針對二步驟運算時甚至可以利用結合律簡化運算而順利解題。

話語實踐的訓練

為順利進行課室話語實踐，強化課室師生討論的機會，因此配合 Prediger et al. (2019) 主張的「解釋」、「爭辯」、「描述」和「報告」四項話語的實踐行動，進行教師話語實踐的訓練，訓練時間總計 2 小時，提供教師針對購物情境學生解題的表現進行揣摩和演練，說明如下：

1. **解釋**：為何你要利用 $8 \times 5 = 40$ ， $40 - 35 = 5$ ，說說看你的想法。
2. **爭辯**：為何甲說用 $8 \times 5 = 40$ ， $40 + 4 = 44$ ，乙卻說應是 $8 \times 5 = 40$ ， $40 - 4 = 36$ ，為何同樣的任務兩人答案不同呢？
3. **描述**：說說看這個任務在說甚麼？用你自己的意思再說一遍。
4. **報告**：請跟大家說明或呈現你對此任務的解題想法和步驟，是怎麼算出答案的？

資料蒐集與分析

透過錄影記錄教學過程，蒐集與分析課室中的師生對話、表情和肢體動作，藉此協助對教學現場有更深入的觀察和發現。教學過程中，教師以提問進行教學，學生在課堂中與同儕討論和發表想法，並記錄解題方法。研究者擷取作答內容相關的表現，依據 OGAP 乘法級數加以分類。

研究結果與討論

以下摘錄課室教學中學生在「先乘再加減」、「先加減再乘」兩項任務的數學話語實踐行動和解題表現分析說明。

「先乘再加減」的解題與話語實踐

在「先乘再加減」的任務中，教科書中提到的詞彙有：a 盒又 b 顆、剩下 c 元、買了 d 個 A 和 e 個 B、f 倍多 g 歲、剩下、找回、C 的 h 倍比 D 長 g 公分。第一節課學生回答大多僅能以簡答方式「描述」，不能流利運用詞彙；第二節課學生在過程中

用「幾有幾個」、「各買幾個」的詞彙來「解釋」列式的原因，對詞彙愈來愈熟悉，能漸漸習慣並運用它。

任務 1：一顆泡芙賣 6 元，媽媽如果帶 200 元，足夠買 4 盒泡芙嗎？

S：因為一盒有 8 個泡芙，先算 $6 \times 8 = 48$ ，然後他說要買 4 盒， $48 + 48 = 96$ ， $96 + 48 = 144$ ， $144 + 48 = 192$ ，所以是夠。

T：為甚麼要 $6 \times 8 = 48$ ？

S：因為一顆泡芙賣 6 元，一盒泡芙有 8 個，所以是 $6 \times 8 = 48$ 。

S：這樣就變成一個泡芙 6 元買了 8 個。

T： 48×4 代表甚麼意思？

S：一盒賣 48 元有 4 盒。

T：他們是在算 4 盒總共多少錢？可是還沒有教過乘法，怎麼做？

S： $48 + 48 = 96$ ， $96 + 96 = 192$ 。

T：跟剛剛的不一樣耶，為甚麼呢？為甚麼要 $96 + 96$ ？

S：因為買 2 盒是 96 元，買了 4 盒剛好是 2 盒 + 2 盒就是 $96 + 96$ 。

透過給學生先觀察算式後引出算式不同之處，再為全班解釋想法（圖三）。學生的加法策略是透過 OGAP 乘法級數中早期過渡策略中的集結後再計數，更迅速地解出答案。

圖三：學生以過渡策略中的集結後再計數

(3) 一顆泡芙賣 6 元，媽媽如果帶 200 元，足夠買 4 盒泡芙嗎？

$6 \times 8 = 48$

$50 \times 4 = 200$

$200 - 8 = 192$

$192 < 200$

→ 48 比 50 少 2，4 個 48 比 4 個 50 少 8。

A: 足夠

T：為甚麼要出現 50 呢？猜猜看。

S：因為 48 接近 50。

T：一盒賣接近 50 元，買 4 盒，4 盒是多少？

S：200。

T：實際上有到 200 嗎？

S：還沒，因為他是把 50 假裝成 48。

T：是把 50 假裝成 48，實際上是更小的數字，所以 4 盒的價錢是比 200 的數字再小一點，那 $200 - 8$ 的 8 是甚麼意思呢？

S：48 比 50 少 2，4 個 48 比 4 個 50 少 8。

T：每一盒都是 48 元，把他假裝成 50 時，每一盒都少幾元？

S：2 元。

學生的方法接近 OGAP 乘法級數的過渡策略，透過數的組合來解決任務。學生利用前一題得到的結果透過加法策略繼續計算，使解題變得更迅速且容易。學生在這道任務的語意解釋和解題表現，產生兩種不同的解題方法（見圖四）：

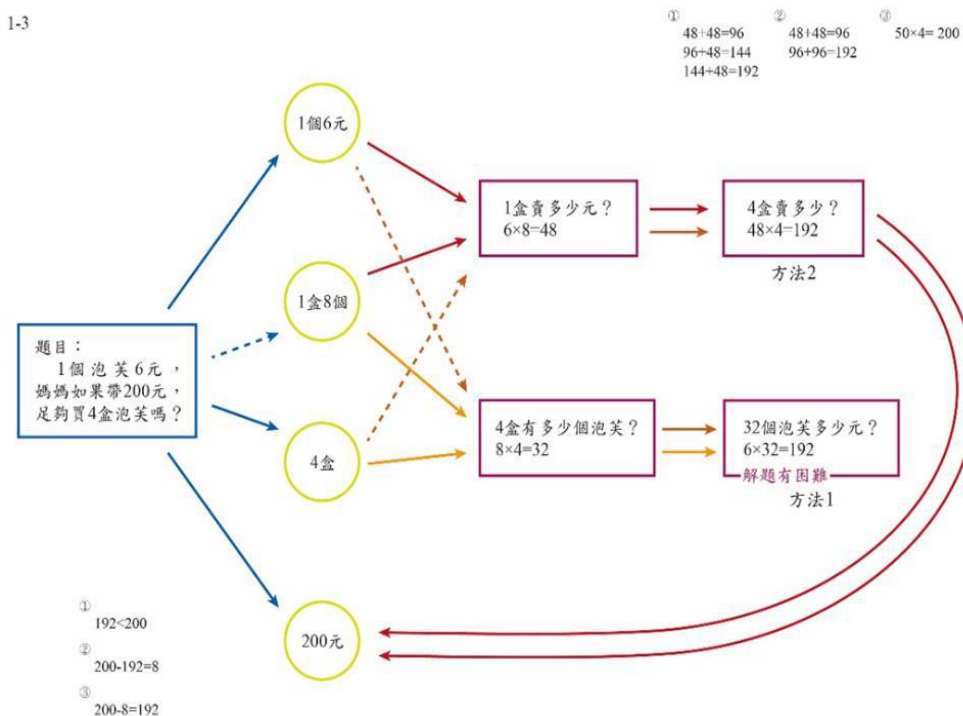
【方法 1】 先求 4 盒有幾個泡芙，再求這些泡芙總共要花多少元？

【方法 2】 先求 1 盒泡芙賣多少元，再求買 4 盒共需要花多少元？

利用【方法 1】計算，因題目提到 1 盒泡芙有 8 個，媽媽要買 4 盒，則買 4 盒就是 $8 \times 4 = 32$ ，得知 4 盒泡芙就是 32 個，再計算 32 個泡芙總共要花多少錢。但學生遇到困難：由於尚未學到 1 位數乘以 2 位數的乘法算則，只能將 6×32 解釋其定義為 6 有 32 個，因此 6 要連加 32 次，這種方法對學生來說耗時甚多。這種繁瑣的步驟迫使他們拒絕使用這種解題方法，進而轉向運用【方法 2】。

從【方法 2】中分析，因為 1 個泡芙 6 元，1 盒有 8 個泡芙，透過 6×8 可以求得 1 盒泡芙需花費 48 元；接着學生思考計算 4 盒泡芙需花多少錢時，因為 1 盒泡芙需花 48 元，4 盒總共花 48×4 。從這樣的想法看到學生有多元的計算策略，有的將 48 連加 4 次；有的先算出 2 盒的價錢，再將 2 盒加 2 盒就是 4 盒的價錢；亦有其他學生發現 48 接近 50，所以直接用 1 盒 50 元來做計算，則 4 盒的價錢接近 200 元。有的學生在 OGAP 的乘法進度上是在加法策略或早期過渡策略，有的則在乘法策略，但不管是在哪個策略，都能支持學生的理解力向前發展。

圖四：學生於任務 1 的解題方法與數學話語發展分析



註：綠色圓形為從最左邊藍色長方形任務中得到的線索，「1 盒 8 個」是本問題需尋找出解題線索，因此用藍色虛線代表。透過線索得到長方形的解題策略，紅色虛線則為提供再下一階段的解題策略。比較 200 元是否足夠買 4 盒泡芙時學生有 3 種不同的方法，列在 200 元的線索旁邊。

學生從題意中得知任務問的是媽媽帶 200 元是否足夠，因此將先前計算所得 4 盒泡芙的價錢與媽媽帶出門的 200 元做比較，一種是直接比較，就是 $192 < 200$ ，所以 200 元足夠買 4 盒泡芙；另一種就是將 200 元扣掉 4 盒泡芙的價錢 192 元後，發現還剩下 8 元，代表媽媽帶的錢是足夠；其他方法是學生發現每 1 盒泡芙的價錢接近 50 元，與泡芙每盒的原價相差 2 元，那麼 4 盒泡芙的錢和 200 元會相差 8 元，所以 200 元足夠買 4 盒泡芙。

配合師生課室話語實踐的行動，將其數學乘法概念的學習和解題表現的關聯彙整如表三。

表三：師生於任務 1 課室話語實踐的行動

話語實踐行動	乘法概念學習與解題表現的關聯	重要術語
解釋概念和操作的含義	T: 把 50 假裝成 48, 所以 4 盒的價錢比 200 的數字再小一點, 那 $200 - 8$ 的 8 是甚麼意思呢? S: 48 比 50 少 2, 4 個 48 比 4 個 50 少 8	比 A 少 B 個
爭辯宣稱的有效性	T: 為甚麼要出現 50 呢? 猜猜看。 S: 因為 48 接近 50。 T: 實際上有到 200 嗎? S: 還沒, 因為他是把 50 假裝成 48。	估算、剩餘、足夠
採用一般口語方式來描述模式	T: 跟剛剛的不一樣耶, 為甚麼呢? 為甚麼要 $96 + 96$? S: 因為買 2 盒是 96 元, 買了 4 盒剛好是 2 盒 + 2 盒就是 $96 + 96$ 。	倍的概念與累加
按步驟報告	T: 為甚麼要 $6 \times 8 = 48$? S: 因為一顆泡芙賣 6 元, 一盒泡芙有 8 個, 所以是 $6 \times 8 = 48$ 。	乘法概念單價

學生利用策略將 4 盒泡芙的錢與媽媽攜帶的錢比較, 產生剩餘和足夠的詞彙。雖然學生對買賣的情境不熟悉, 但如同 National Council of Teachers of Mathematics (2000) 指出學生會使用日常熟悉的話語, 提供建立與形成數學話語的連接基礎。學生通過自己的話語交流, 理解數學的精確定義, 發展自己表達方式促進參與的有效方法, 數學話語的實踐幫助學生建構乘法的數學意義。

任務 2: 小丸子買 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊, 需要多少個 50 元硬幣才夠買?

S: 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊, 他們的價錢都一樣, 所以 30 有 6 個就是 $30 \times 6 = 180$ 。

T: 接着怎麼做?

S: $50 + 50 = 100$ 。

T: $100 + 100 = 200$, 200 是幾個 50 元?

S: 4 個。

T: 為甚麼變成 90 後要乘以 2?

S: 因為他們價錢一樣, 我們知道他們要各買 3 份。

T: 算出 180 以後, 為甚麼要 $180 - 50$ 呢?

S: 每次都拿 1 個 50 去扣, 扣到最後還有 30 元表示還要再多一個 50 元。

T: 總共拿了幾個 50 元給老闆?

S: 4 個。

同樣都是計算3杯玉米濃湯和3份雞塊的價錢，一些學生發現每份價錢都是30元，有6個30，透過乘法策略列出 $30 \times 6 = 180$ 來計算（圖五）；而一些學生則是算出3杯玉米濃湯的價錢後，玉米濃湯和雞塊價格一樣，且都各買3份，所以有2個90，透過乘法策略列出 $90 \times 2 = 180$ 來計算（圖六）。在判斷幾個50元才夠買時，一些學生透過早期過渡策略，將50分別集結後來計算；一些學生則是每一次扣50元，直到發現還有剩下30元，代表還需再一個50元才足夠。

圖五：學生利用乘法策略計算答案1

(3) 小丸子要買3杯玉米濃湯和3份雞塊，需要多少個50元硬幣才夠買？

$$30 \times 6 = 180$$

$$50 + 50 = 100$$

$$100 + 100 = 200$$

$$50 \times 4 = 200$$

A: 4個50元 = 200元

圖六：學生利用乘法策略計算答案2

(3) 小丸子要買3杯玉米濃湯和3份雞塊，需要多少個50元硬幣才夠買？

$$30 \times 3 = 90$$

$$90 \times 2 = 180$$

$$180 - 50 = 130$$

$$130 - 50 = 80$$

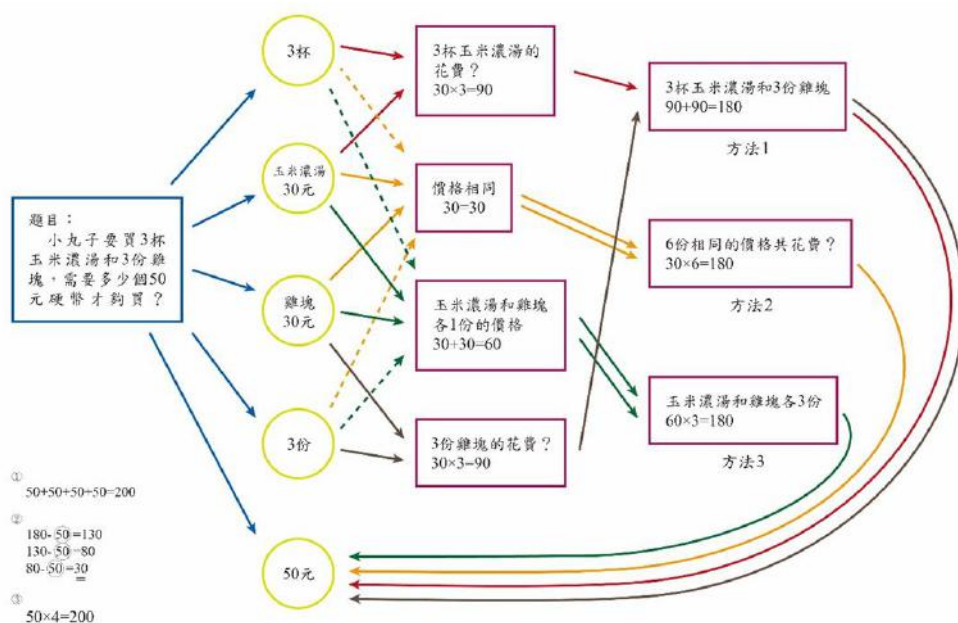
$$80 - 50 = 30$$

因為小丸子要買180元的各3份但
是我們發現扣掉3次以後還差30元所以再扣一個

(4) 爸爸身上只有100元，如果他要買豬排堡可以怎麼買50元

綜合發現，學生的語意解釋和解題表現，產生三種不同的解題方法（見圖七）：

圖七：學生於任務 2 的解題方法與數學話語發展分析



註：圓形為從任務中得到的線索，透過線索得到長方形的解題策略，虛線則為提供再下一階段的解題策略。在計算需要多少個 50 元硬幣才購買時，學生有 3 種不同的方法，列在 50 元的線索旁邊。

- 【方法 1】先算出 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊共需要花多少錢，再換算需要多少個 50 元硬幣？
- 【方法 2】玉米濃湯和雞塊的價錢都是 30 元，亦即是有 6 份都是 30 元，最後再去換算需要多少個 50 元硬幣？
- 【方法 3】先將 1 杯玉米濃湯和 1 份雞塊當成 1 組算出需要花多少錢，再算買 3 組共需要花多少錢，最後再去換算需要多少個 50 元硬幣？

利用【方法 1】計算，因為 1 杯玉米濃湯是 30 元，所以 3 杯是 30×3 ，一份雞塊是 30 元，3 份是 30×3 ，將 $90 + 90$ 就是 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊共需要花費的錢。

利用【方法 2】計算，學生發現玉米濃湯和雞塊的價錢相同，都是 30 元，所以 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊合起來就是 6 個 30，亦即是 30×6 。

利用【方法 3】計算，學生將 1 杯玉米濃湯和 1 份雞塊視為一組，則一組的價錢就是 $30 + 30$ ，而 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊就是三組，共要花費 $60 \times 3 = 180$ 。

從結果再計算需要幾個 50 元硬幣時，學生有多元的計算策略，有的利用將 50 元硬幣 1 個 1 個累加的方式，直到超過所花費的錢；有的用玉米濃湯和雞塊的總價 180 元一直扣 50 元的方式，扣到最後發現剩 30 元，代表有剩餘的錢，還需再多一個 50 元；亦有的是直接用乘法計算 $50 \times 4 = 200$ ，找到最接近需要花費的錢的數量。學生在

OGAP 的乘法進程上有的用加法策略或早期過渡策略，有的則進步到乘法策略。學生運用不同的策略計算 3 杯玉米濃湯和 3 份雞塊的價錢後，再利用策略求出需要多少個 50 元硬幣，產生超過和剩餘的詞彙。在話語實踐的過程中，學生還用「幾有幾個」、「各買幾個」的詞彙來說明列式的原因，此時數學語言既是數學思維的載體，亦是數學思維的具體體現。隨着學生發展數學話語，亦學會與同儕交流和共享通用的數學概念和操作（Cobb & Bowers, 1999）。

「先加減再乘」的解題與話語實踐

在「先加減再乘」的任務中，教科書中提到的詞彙有：A 買 a 個 B 買 b 個、共、多買、省、相差、特價、便宜，統整教科書詞彙，透過買賣的情境串聯相關詞彙，學生能運用數學詞彙於發表的內容中，並以完整的句子報告其想法。數學語言的理解對學生學習數學概念可視為表示方式，亦可視為交流方式。

任務 3：母親節期間花店推出促銷任務，1 束康乃馨賣 30 元，每束便宜 5 元，小丸子和姐姐合起來的錢足夠買 2 束康乃馨嗎？為甚麼？

T：康乃馨還是原來的錢 30 元嗎？

S：不是，變 25 元。

T：你怎麼知道？

S：因為他說每束便宜 5 元。

T：所以康乃馨變便宜了，然後想問你甚麼呢？

S：小丸子和姐姐合起來的錢足夠買 2 束康乃馨嗎？

T：為甚麼要 $30 - 5 = 25$ ？

S：因為特價少 5 元。

S：因為他們要買 2 束，所以 $25 + 25 = 50$ 。

S1：可以改成 25×2 。

S：然後拿他們存的錢去扣還有剩下 6 元，表示錢是夠的。

S： $60 - 10 = 50$ 。

T：為甚麼要減 10？

S：因為 $5 + 5 = 10$ 。

T：為甚麼要 $5 + 5 = 10$ ？

S：因為每束便宜 5 元，兩束便宜 10 元。

T：然後呢？

T：那我用 $56 - 50$ 是想知道甚麼？

S： 姐姐和小丸子存一星期的錢有沒有比康乃馨多。

T： 發現剩下 6 元表示甚麼？

S： 他們存的錢比康乃馨多 6 元。

學生雖然只用加減方式，未能使用先加減再乘的策略解題（圖八），但發現學生在數學話語實踐的能力較前兩個任務清楚，且從簡單回答幾個字到能完整地以句子報告，如同 Brown et al. (2009) 發現學生可使用他們所知道且最熟悉的技術和策略來解決任務。通過鼓勵和接受各種解決數學任務的策略和技術，學生在過程中豐富對數學的理解。

圖八：學生使用加減方式解題

(2) 母親節期間花店推出促銷活動，每束便宜 5 元，小丸子和姐姐合起來的錢足夠買 2 束康乃馨嗎？為什麼？

因為姐姐少 5 元一束
要買 2 束他們 56 元

$$30 - 5 = 25$$

$$25 + 25 = 50$$

$$56 - 50 = 6$$

學生在此任務的數學話語和解題表現，產生兩種不同的解題方法（見圖九）：

- 【方法 1】 先算出促銷後每束康乃馨的價錢，再計算買 2 束要花費多少錢，最後再與小丸子和姐姐存的總金額比較。
- 【方法 2】 先算出 2 束原價的康乃馨需花費的錢，再扣掉 2 束共便宜 10 元，最後再與小丸子和姐姐存的總金額比較。

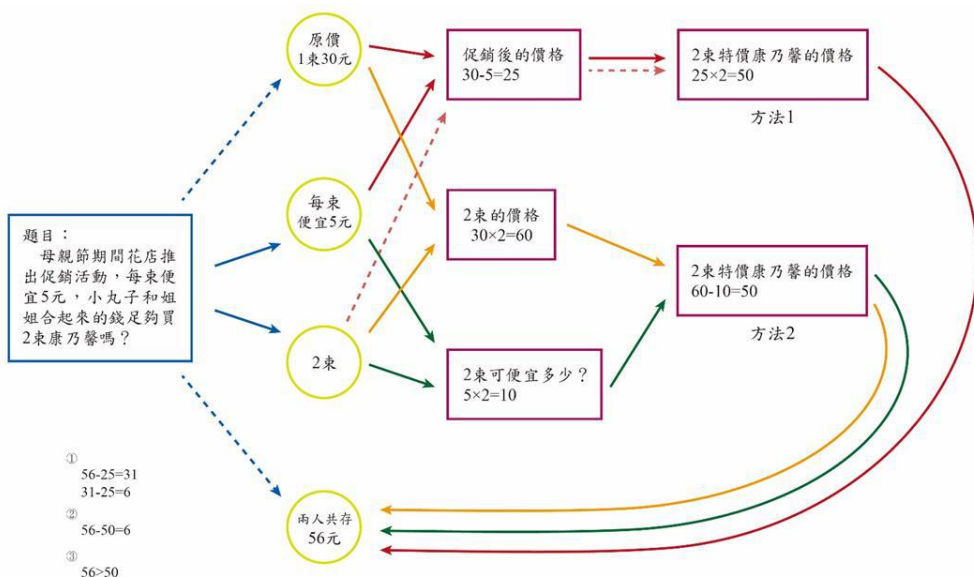
利用【方法 1】計算，康乃馨每束原價 30 元，促銷任務每束便宜 5 元，促銷任務後的康乃馨每束價格是 $30 - 5 = 25$ ，而任務要買兩束康乃馨，所以是 25×2 。

利用【方法 2】計算，學生先算原價 30 元的康乃馨買 2 束需要花費 $30 \times 2 = 60$ 元，而每束特價便宜 5 元，2 束康乃馨共便宜 10 元，所以 2 束特價康乃馨的花費就是 $60 - 10 = 50$ 。

【方法 1】和【方法 2】在 OGAP 的乘法進程是採取加法策略或乘法策略計算。從【方法 1】和【方法 2】的計算結果，再與存的總金額 56 元比較時，學生的計算策略有的利用總共存 56 元扣掉每買一束康乃馨的錢需花 25 元，扣了 2 次以後，發現還有剩餘的錢，表示足夠買 2 束康乃馨；亦有學生將存的總金額 56 元扣掉 2 束康乃馨

花的錢 50 元，發現還有剩餘的錢，表示足夠買 2 束康乃馨；其他學生從直接比較 2 束康乃馨所花的錢 50 元和存的總金額 56 元的方法，得知足夠買 2 束康乃馨。

圖九：學生於任務 3 的解題方法與數學話語發展分析



註：圓形為從任務中得到的線索，但原價 1 束 30 元和兩人共存 56 元的線索並未直接從第 2 小題中得知，而是從一開始的題幹和前一題的計算得知，因此用虛線代表。透過線索得到長方形的解題策略，虛線則為提供再下一階段的解題策略。比較小丸子和姐姐合起來的錢是否足夠買 2 束康乃馨時，學生有 3 種不同的方法，列在兩人共存 56 元的線索旁邊。

透過康乃馨促銷任務，學生利用不同策略求出促銷的康乃馨價格，產生便宜和足夠兩個詞彙。在報告的過程中，學生逐漸能在語句中使用數學詞彙來表達，顯示學生理解數學概念，還能將數學知識與日常生活聯繫並與他人交流。

師生課室話語實踐的行動，將其數學乘法概念的學習和解題表現的關聯彙整如表四。

分析學生的解題策略，發現學生大部分能列出乘法算式。但研究者發現，並不是教學完後學生就能將概念內化運用，目標應使學生真正了解乘法的語言意義為何，鼓勵學生的各種想法和表徵方式，不需要規定學生使用特定的記錄方式。使用不同的策略解決任務，學生能自由的建構知識系統，經由與同儕討論、欣賞和聆聽其他人的解題策略，更清楚乘法的概念。如同 Moschkovich (2015) 所提到的，數學推理不應局限於課堂上講授的特定推理，應鼓勵學生使用所知道且熟悉的技術和策略解題，鼓勵和接受各種解題策略和技術，在過程中豐富學生對數學的理解 (Barwell, 2020)。

表四：師生於任務 3 課室話語實踐的行動

話語實踐行動	乘法概念學習與解題表現的關聯	重要術語
解釋概念和操作的含義	T: 康乃馨還是原來的錢 30 元嗎? S: 不是, 變 25 元。	原來的價錢、促銷、便宜
爭辯宣稱的有效性	T: 為甚麼要減 10? S: 因為 $5 + 5 = 10$ 。 T: 為甚麼要 $5 + 5 = 10$? S: 因為每束便宜 5 元, 兩束便宜 10 元。	乘法概念解釋
採用一般口語方式來描述模式	T: 為甚麼要 $30 - 5 = 25$? S: 因為特價少 5 元。 S: 因為要買 2 束, 所以 $25 + 25 = 50$ 。 S1: 可以改成 25×2 。 S: 然後拿他們存的錢去扣還剩下 6 元, 表示錢是夠的。	倍的概念與累加、足夠、不足
按步驟進行報告	T: 合起來的錢足夠買 2 束康乃馨嗎? S: $30 - 5 = 25$, $25 \times 2 = 50$, $56 - 50 = 6$	不足、超過、剩下

本研究的教學任務參照 OGAP 乘法級數架構設計, 並融入教科書有關乘法語言的素材, 經由「先乘再加減」、「先加減再乘」的任務, 透過課室話語實踐討論方式, 促進學生乘法概念與數學語言的理解。「先乘再加減」的任務指涉的解題策略內容較屬於 OGAP 乘法級數的過度策略與乘法策略, 話語實踐的情境任務可協助學生了解「倍」、「剩下」、「不足」、「超過」、「幾倍多多少」或「幾倍少多少」的數學語言和詞彙; 而「先加減再乘」的任務則與乘法策略中的分配律、結合律、倍率和減半的概念和步驟有關, 可強化學生解題策略的應用和運算能力的流暢度。由於話語實踐和 OGAP 乘法任務的執行, 教師透過課前釐清教材所提到的數學概念和術語的定義, 將這些概念和術語設計成融入合適情境的任務, 並在課堂中進行兩項乘法任務的話語實踐, 透過師生與同儕互相討論釐清題意將任務簡化。經由小組解題後學生報告討論的成果, 釐清和了解教科書安排的數學語言概念, 強化了乘法運算能力; 教師針對課程設計與實施進行反思亦精進和提升了自我教學的效能。

結論與建議

本研究彙整教科書內容有關乘法學習內容涉及的數學語言, 進行乘法解題任務的設計, 並實施 Prediger et al. (2019) 主張「解釋」、「爭辯」、「描述」和「報告」四項話語實踐的行動, 探討學生乘法解題的表現, 歸納結果獲得以下結論:

1. 教科書內容涵蓋乘法相關類型任務和數學語言，提供學生乘法概念的思維並發展解題策略；
2. 學生在乘法任務「先乘再加減」的解題表現多元但列式易錯誤，透過話語實踐能辨識任務特徵；再者，「先加減再乘」教學後的解題表現流暢且正確率高，能充分理解題意並以完整句子表達想法；在乘法情境任務的解題表現層次提升，能透過數學話語實踐學習分析任務、幫助解題。
3. 透過 OGAP 乘法級數「先乘再加減」的任務結合話語實踐可協助學生了解「倍」、「剩下」、「不足」、「超過」、「幾倍多多少」或「幾倍少多少」的數學語言和詞彙；而「先加減再乘」的任務可強化學生解題策略的應用和運算能力的流暢度。

學生進行話語實踐前雖然學過乘法的意義和記錄方式，但在面對同時使用加、減混合乘法解決任務時，看出學生對乘法的意義還不了解，列式時會發生被乘數和乘數寫反的情形，在解題過程中亦常誤解數學語言。經過教師引導提問，澄清學生解題的想法，透過同儕間彼此交流數學語言後，學生解題策略顯得多元，學生逐漸能在解題時思考判斷列式是否合理。剛開始學生未能使用先加減再乘的策略解題，隨着數學語言的發展，學會與同儕交流和共享通用的數學概念和操作。學生熟悉任務後，會使用乘法策略，解題層次提升；透過教師親自示範後，學生了解題意，能以過渡或乘法策略解題。通過實際操作，分析任務中的意思，以清晰的話語表達算式的意思。

本研究採取 Prediger et al. (2019) 話語實踐教學的行動，配合 OGAP 乘法思維進程，設計乘法任務，探討學生乘法解題表現。根據資料的分析獲取學生的思維與解題策略的應用，證明話語實踐對於數學課室交流和促進學生數學語言是一項重要的方式，值得推廣。另外根據研究結果，作者認為數學話語實踐要能順利進行，有幾項要務須配合，建議如下：

1. **設計生活化的數學話語教學情境。**學生具好奇心，給予適當的情境，讓他們自由探索、觀察和操作，知識便會逐漸形成。研究者設計貼近生活的布題，引起學生學習的興趣，當任務情境是貼近生活並能運用自然語言時，學生能感受到數學與生活貼近且易學習。
2. **蒐集學生的語意表達記錄。**課室解題的話語實踐記錄是相當珍貴的資料，除課堂上討論的數學概念外，亦能供教師分析學生的迷思概念，並成為下次教學設計和有效互動的依據。
3. **幫助學生了解或澄清題意。**解決閱讀理解的方法應把重點放在學生解題前對上下文情境的理解，策略可包括：(i) 閱讀並複述情境；(ii) 根據任務情況提出和回答任務；(iii) 給學生解決所產生的任務；(iv) 閱讀原始任務並要學生解決。

參考文獻

- 教育部 (2018)。《十二年國民基本教育課程綱要：國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域》。 <https://cirn.moe.edu.tw/Upload/file/27405/61868.pdf>
- 陳嘉皇 (2021)。〈數學學術素養：數學話語在課程與教學上的應用〉。《課程研究》，第 16 卷第 1 期，頁 17–39。 <https://doi.org/10.3966/181653382021031601002>
- Barwell, R. (2020). Learning mathematics in a second language: Language positive and language neutral classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(2), 150–178. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc-2020-0018>
- Brown, C. L., Cady, J. A., & Taylor, P. M. (2009). Problem solving and the English language learner. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(9), 532–539.
- Cobb, P., & Bowers, J. (1999). Cognitive and situated learning perspectives in theory and practice. *Educational Researcher*, 28(2), 4–15. <https://doi.org/10.3102/0013189X028002004>
- Ebby, C. B. (2005). The powers and pitfalls of algorithmic knowledge: A case study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(1), 73–87. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.12.002>
- Erath, K., Prediger, S., Quasthoff, U., & Heller, V. (2018). Discourse competence as important part of academic language proficiency in mathematics classrooms: The case of explaining to learn and learning to explain. *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 161–179. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9830-7>
- Gee, J. P. (1996). *Social linguistics and literacies: Ideology in discourses* (2nd ed.). Routledge.
- Herbel-Eisenmann, B., Choppin, J., Wagner, D., & Pimm, D. (2012). *Equity in discourse for mathematics education*. Springer.
- Ingram, J., Andrews, N., & Pitt, A. (2019). When students offer explanations without the teacher explicitly asking them to. *Educational Studies in Mathematics*, 101(1), 51–66. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9873-9>
- Moschkovich, J. N. (2015). Academic literacy in mathematics for English learners. *The Journal of Mathematical Behavior*, 40(Part A), 43–62. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.01.005>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.
- O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. Continuum.
- Ongoing Assessment Project. (2017). *OGAP questions and student work samples*. Taylor and Francis.
- Prediger, S., Erath, K., & Opitz, E. M. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. In A. Fritz, V. G. Haase, & P. Räsänen (Eds.), *International handbook of mathematical learning difficulties: From the laboratory to the classroom* (pp. 437–455). Springer.
- Riccomini, P. J., Sanders, S., & Jones, J. (2008). The key to enhancing students' mathematical vocabulary knowledge. *Journal on School Educational Technology*, 4(1), 1–7.

- Seethaler, P. M., Fuchs, L. S., Star, J. R., & Bryant, J. (2011). The cognitive predictors of computational skill with whole versus rational numbers: An exploratory study. *Learning and Individual Differences, 21*(5), 536–542. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.05.002>
- Thompson, P., & Saldanha, L. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 95–113). National Council of Teachers of Mathematics.
- van der Walt, M. (2009). Study orientation and knowledge of basic vocabulary in mathematics in primary school. *South African Journal of Science and Technology, 28*(4), 378–392. <https://doi.org/10.4102/satnt.v28i4.73>

A Study on Students' Problem-solving Performances From Multiplication Discourse Practice

Chia-Huang CHEN & Shuk-Kwan S. LEUNG

Abstract

This study explored students' performance in solving multiplication problems by designing mathematics text problem tasks and integrating multiplication-related mathematics discourse into teaching activities. Teachers used discourse to guide students in problem solving. The researcher first analyzed and sorted out the similarities and differences in the contents of multiplication units in the current three editions of textbooks, and then designed multiplication text problems that combined life situations and used discourse to teach. Data collected included on-site teaching videos, students' worksheets, teachers' teaching reflections and other documents to understand the performance of students in solving multiplication tasks. The findings were: (a) the contents of textbooks covered multiplication-related types of problems and mathematical discourse activities, providing students with the concept of multiplication and developing their problem-solving strategies; (b) students' performance of "multiply-then-add-and-subtract" tasks was diverse, easy to make mistakes, but able to identify characteristics of the problem through discourse communication; furthermore, after instructing "add-and-subtract-then-multiply" tasks, students had fluent and accurate performance, and were able to understand the meaning of the problem and express ideas in complete sentences; (c) through the OGAP multiplication series task of "multiply-then-add-and-subtract" combined with discourse practices, students could understand "times," "remaining," "insufficient," "exceeding," "how many times more" or "how many times less" (mathematical language and vocabulary); the task of "add-and-subtract-then-multiply" strengthened students' application of problem-solving strategies and fluency in calculation skills.

Keywords: multiplication; mathematical discourse; problem solving

CHEN, Chia-Huang (陳嘉皇) is Professor in the Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education.

LEUNG, Shuk-Kwan S. (梁淑坤) is Professor in the Institute of Education, National Sun Yat-sen University.